УДК 681.51

О.А. Жученко, канд. техн. наук, доц. **ORCID** 0000-0001-5611-6529
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

КЕРУВАННЯ ЦИКЛІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ В УМОВАХ ДИСКРЕТНОГО ПРОСТОРОВО-ЧАСОВОГО ЗАВДАННЯ

У багатьох галузях промисловості існують технологічні процеси, які мають циклічний характер. При керуванні такими процесами високу ефективність продемонстрував метод керування з ітеративним навчанням (КІН) Стаття представляє нову модифікацію метода керування з ітеративним навчанням (КІН) в умовах, коли завдання системи задається сукупністю значень вихідних змінних у певних точках у *певні дискретні моменти часу. Така постановка задачі викликає потребу побудови траєкторії руху системи через задані точки. У даній статті пропонується метод, який забезпечує проходження системи через задані точки у заданий час без побудови траєкторії завдання. Даний метод передбачає формування сигналів керування, використовуючи КІН–алгоритм. Це дозволяє спростити розрахунки та підвищити якість роботи системи. Даний метод розглядається як для неперервних, так і для дискретних систем. Запропонований алгоритм керування з ітеративним навчанням забезпечує відслідковування заданих вихідних змінних з достатньою точністю при високій збіжності алгоритму. Одночасно даний алгоритм відрізняється простотою і не вимагає попередньої побудови траєкторії руху системи.*

Ключові слова: керування, ітеративне навчання, алгоритм керування, циклічні процеси, неперервні системи, дискретні системи.

Вступ

Зазвичай для забезпечення проходження вихідних змінних через задані точки синтез системи керування здійснюється у два етапи [1, 2]: побудова траєкторії руху та розрахунок сигналів керування. Задана траєкторія руху системи формується на основі інформації про значення вихідних змінних у заданих точках. При цьому, як правило, використовуються методи інтерполяції [1, 5]. Далі для відслідковування відомої траєкторії руху використовуються різні методи керування, наприклад, ПІД–керування , адаптивне керування, керування з ітеративним навчанням.

У багатьох галузях промисловості існують технологічні процеси, які мають циклічний характер. При керуванні такими процесами високу ефективність продемонстрував метод керування з ітеративним навчанням (КІН) [3, 4]. КІН–алгоритм використовує інформацію про процеси керування на попередньому циклі роботи для їх покращення на наступних циклах з метою максимального наближення вихідних змінних до заданих значень.

Аналіз попередніх досліджень

Відомі публікації [6-8] свідчать про те, що КІН–алгоритм забезпечує збіжність вихідних змінних до заданої траєкторії руху, використовуючи ітеративну процедуру. На відміну від стандартної КІН–процедури у випадку, коли не задана траєкторія руху, а задані тільки окремі точки, через які повинна рухатися система, сигнали керування такої системи (КІНТ–керування з ітеративним навчанням для забезпечення руху системи через задані точки) повинні забезпечити виконання поставленої задачі.

У працях [9-12] показана ефективність використання КІН–алгоритму для забезпечення проходження системи тільки через одну задану точку.

Відомі дослідження [13-15], у яких задача керування розв’язується для декількох точок. Так, у праці [13] розроблений КІНТ–алгоритм, синтез якого здійснюється у частотній області. Автори праці [14] досліджують методи інтерполяції для побудови траєкторії руху. У [15] запропонований КІНТ–алгоритм, але якість керування при його застосуванні залежить від часу квантування. КІНТ–алгоритм досліджується і у праці [16], але тільки по відношенню до систем з одним входом та одним виходом.

Мета та завдання

На підставі наведеного вище аналізу можна зробити висновок, що більшість опублікованих досліджень для забезпечення проходження системи керування через усі задані точки передбачає попереднє формування траєкторії руху. Однак, розв’язання КІНТ–задачі у два етапи (синтез траєкторії, синтез керування) має певні недоліки. По – перше , використання існуючих алгоритмів синтезу траєкторії руху системи не забезпечує оптимальність цих траєкторій. По – друге, КІН–теорія [6, 7] свідчить про те, що якість керування та швидкість збіжності алгоритму залежить як від динаміки системи, так і від траєкторії руху. Це означає, що навіть в умовах реалізації оптимальної траєкторії руху КІН–алгоритм може давати незадовільні результати. По–третє, можливі похибки як при синтезі траєкторії, так і при синтезі керування можуть призвести до незадовільної якості роботи системи керування у зв’язку з тим, що використовуються непрямі методи синтезу. Названі причини обумовлюють необхідність розроблення метода, який об’єднував би обидва етапи синтезу в один КІНТ–алгоритм.

Таким чином, метою даної статті є створення методу керування (КІНТ–алгоритм) циклічними процесами при умові, що система керування ними повинна відслідковувати задані значення вихідних змінних у певні дискретні моменти часу без попередньої побудови траєкторії руху.

Керування з інтерактивним навчанням для заданих вихідних змінних

Згідно з постановкою задачі керування вихідні змінні системи задані у певні дискретні моменти часу $t_1, t_2, \ldots, t_M$, де $0 \le t_1 < t_2 < \ldots < t_M \le T$ і дорівнюють $y_{зад}(t_1), y_{зад}(t_2) \ldots, y_{зад}(t_M)$.

Завдання системи керування полягає у тому, щоб забезпечити її проходження через задані точки. При синтезі неперервної системи керування має бути побудована траєкторія завдання y_z , яка проходить через задані точки у моменти часу $t_1, t_2, \ldots, t_M$. Зазначимо, що дана траєкторія обирається відповідно до оптимальної стратегії, наприклад, мінімізація загального часу проходження. Далі, використовуючи математичну модель процесу, синтезується регулятор для забезпечення відслідковування заданої траєкторії. Стандартним рішенням у цьому випадку є використання ПІД – регулятора та зворотного зв'язку для формування сигналів керування $u(t)$.

Для циклічних процесів, які працюють на інтервалі часу [0,T], доцільно використовувати метод керування з ітеративним навчанням, який має забезпечити відслідковування заданої траєкторії y_z. У цьому випадку КІН–алгоритм використовує похибки вихідних сигналів та сигналів керування на попередньому циклі роботи для коригування сигналів керування на наступному циклі:

$$u_{k+1} = T_u u_k + T_e e_k,$$

де похибка вихідної змінної e_k на k–й ітерації розраховується як $e_k = y_z - y_k$.

Для лінійних стаціонарних об'єктів $y_k = T_s u_k$ алгоритм керування забезпечує збіжність похибки $\lim\limits_{k\to\infty} e_k = e^*$, якщо $\rho(T_u - T_e T_s) < 1$, де $\rho(A)$ спектральний радіус матриці **A** [17].

Як сказано вище, зазвичай КІН–алгоритм синтезується, використовуючи задану траєкторію руху y_z. На відмінну від цього у даному випадку пропонується КІН–алгоритм, який будується безпосередньо на значеннях вихідних змінних у певні моменти часу $y_{зад}(t_1), y_{зад}(t_2) \ldots, y_{зад}(t_M)$. При цьому використовується такий критерій якості

$$J = \sum_{i=1}^{m} \left\| e_{k+1}(t_i) \right\|_{q_i} + \left\| u_{k+1} - u_k \right\|_R + \left\| u_{k+1} \right\|_S,$$

де $e_k(t_i)$ - похибки керування у час t_i для $k-$ ї ітерації, тобто $e_k(t_i) = y_{зад}(t_i) - y_k(t_i)$.

У даному критерії якості враховуються похибки керування, сигнали керування та швидкості змін останніх.

КІНТ – алгоритм для неперервних систем

Розглядається лінійна стаціонарна одновимірна система, яка математично описується у просторі станів

$$\begin{aligned} \dot{x}_k(t) &= Ax_k(t) + Bu_k(t) \\ y_k(t) &= Cx_k(t) \end{aligned} \tag{1}$$

де k - номер ітерації, а матриці A, B та C мають відповідні вимірності. Передбачається, що система є керованою та спостережуваною.

Завдання системи керування полягає у тому, щоб, використовуючи КІН–алгоритм, забезпечити проходження вихідної змінної через задані точки у певні моменти часу на кожному циклі роботи. Значення вихідної змінної може бути розраховано за відомою формулою [17]

$$y_k(t_i) = Ce^{At_i} x_k(0) + C\int_0^{t_i} e^{A(t_i - t)} Bu_k(t)dt.$$

Тоді похибка керування буде

$$e_k(t_i) = y_{зад}(t_i) - Ce^{At_i} x_k(0) - C\int_0^{t_i} e^{A(t_i - t)} Bu_k(t)dt.$$

Вважаючи , що початковий стан $x_k(0) = 0$, а також вводячи

$$p_i(t) = \begin{Bmatrix} Ce^{A(t_i - t)} B \text{ якщо } t \le t_i \\ 0 \text{ якщо } t > t_i \end{Bmatrix},$$

перепишемо похибку керування у вигляді $e_k(t_i) = y_{зад}(t_i) - \int\limits_0^T p_i(t) u_k(t)dt$.

Позначимо вектори

$$\mathbf{y}_{зад} = \left[y_{зад}{}^T(t_1) \quad y_{зад}{}^T(t_2) \quad \cdots \quad y_{зад}{}^T(t_M) \right]^T,$$

$$\mathbf{e}_k = \left[e_k{}^T(t_1) \quad e_k{}^T(t_2) \quad \cdots \quad e_k{}^T(t_M) \right]^T,$$

$$\mathbf{P}(t) = \left[p_1{}^T(t) \quad p_2{}^T(t) \quad \cdots \quad p_M{}^T(t) \right]^T.$$

Тоді

$$e_{k+1} = y_{зад} - \int_0^T P(t) u_{k+1}(t) dt$$

Розглянемо наступний критерій якості

$$J = \sum_{i=1}^{M} e_{k+1}{}^T(t_i)\mathbf{q}_i e_{k+1}(t_i) + \int_0^T u_{k+1}{}^T(t)\mathbf{S}u_{k+1}(t)dt + \int_0^T (u_{k+1}(t) - u_k(t))^T \mathbf{R}(u_{k+1}(t) - u_k(t))dt \quad (2)$$

де $\mathbf{R} = r\mathbf{I}$ та $\mathbf{S} = s\mathbf{I}$ – діагональні додатно визначені матриці; $\mathbf{q}_i$ - вагова матриця для похибки керування у час t_i.

Критерій якості (2) можна записати таким чином

$$J = \mathbf{e}_{k+1}^T \mathbf{Q} \mathbf{e}_{k+1} + \int_0^T u_{k+1}^T(t)\mathbf{S}u_{k+1}(t)dt + \int_0^T (u_{k+1}(t) - u_k(t))^T \mathbf{R}(u_{k+1}(t) - u_k(t))dt$$

де $\mathbf{Q}$ – симетрична додатно визначена вагова матриця.

Для розрахунку оптимального керування на $(k+1)$ – й ітерації потрібно продиференціювати J по $u_{k+1}(t)$:

$$-\mathbf{P}^T(t)\mathbf{Q}(\mathrm{y}_{зад} - \int_0^T \mathbf{P}(t)u_{k+1}(t)\mathrm{dt}) + (\mathbf{R} + \mathbf{S})u_{k+1}(t) = \mathbf{R}u_k(t). \quad (3)$$

Введемо нову змінну z_k таку, що

$$u_k(t) = \mathbf{P}^T(t) z_k \quad (4)$$

З урахуванням (3) останній вираз набуває вигляду

$$-\mathbf{P}^T(t)\mathbf{Q}(y_{зад} - \int_0^T \mathbf{P}(t)\mathbf{P}^T(t) z_{k+1}\mathrm{dt}) + (\mathbf{R} + \mathbf{S})\mathbf{P}^T(t) z_{k+1} = \mathbf{R}\mathbf{P}^T(t) z_k.$$

Підставляючи $\mathbf{R} = r\mathbf{I}$ та $\mathbf{S} = s\mathbf{I}$, дістаємо

$$((r+s)\mathbf{I} + \mathbf{Q}\int_0^T \mathbf{P}(t)\mathbf{P}^T(t)dt) z_{k+1} = r z_k + \mathbf{Q}\,\mathrm{y}_d. \quad (5)$$

Новий алгоритм побудований на векторі z_k і керуючі змінні визначаються з послідовності z_k на кожній ітерації.

Введемо симетричну додатно визначену матрицю

$$\mathbf{W} = \int_0^T \mathbf{P}(t)\mathbf{P}^T(t) dt,$$

тоді (5) перепишемо таким чином

$$((r+s)\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W} z_{k+1}) = (r\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}) z_k + \mathbf{Q}\varepsilon_k, (6)$$

де $\varepsilon_k = y_{зад} - \mathbf{W} z_k$.

Звідси послідовність z_k розраховується із формули

$$z_{k+1} = \mathbf{T}_z z_k + \mathbf{T}_e \varepsilon_k,$$

де

$$T_z = ((r+s)\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W})^{-1}(r\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}),$$

$$T_e = ((r+s)\mathbf{I} + \mathbf{QW})^{-1}\mathbf{Q},$$

де u_k визначаються виразом (4).

Збіжність даного алгоритму забезпечується при умові [15]

$$\rho(\mathbf{T}_z - \mathbf{T}_e\mathbf{W}) < 1,$$

де

$$\mathbf{T}_z - \mathbf{T}_e\mathbf{W} = \left[\left(r+s\right)\mathbf{I} + \mathbf{QW}\right]^{-1} r,$$

де ρ - спектральний радіус матриці.

Крім того, якщо $\mathbf{Q} = q\mathbf{I}$, де q - дійсне додатне число, КІНТ–алгоритм має монотонну збіжність. Це випливає з того, що матриця $\left[\left(r+s\right)\mathbf{I} + \mathbf{QW}\right]^{-1} r$ є симетричною додатно визначеною матрицею, що має найбільше сингулярне значення, яке дорівнює її спектральному радіусу та при цьому $\rho\left(((r+s)\mathbf{I} + \mathbf{QW})^{-1} r\right) < 1$ [15].

Отже, для лінійної неперервної системи (1) наступний КІНТ–алгоритм

$$u_k(t) = \mathbf{P}^T(t) z_k,$$

$$z_{k+1} = \mathbf{T}_z z_k + \mathbf{T}_e \varepsilon_k$$

забезпечує відслідковування заданих значень вихідної змінної у певні моменти часу.

Якість керування можна характеризувати усталеною похибкою керування ε_∞. Для її розрахунку спочатку визначимо з (5) значення z_k при $k \to \infty : \left[(r+s)\mathbf{I} + \mathbf{QW}\right] z_\infty = r z_\infty + \mathbf{Q}\,y_{зад}$,

або

$$z_\infty = (s\mathbf{I} + \mathbf{QW})^{-1}\mathbf{Q}\,y_{зад}.$$

Тоді

$$\varepsilon_\infty = y_{зад} - \int_0^T P(t) u_\infty(t) dt = y_{зад} - \mathbf{W}(s\mathbf{I} + \mathbf{QW})^{-1}\mathbf{Q}\,y_{зад} \tag{7}$$

З виразу (7) видно, що усталена похибка не залежить від матриці $\mathbf{R}$, тобто якість керування та швидкість збіжності КІНТ–алгоритму не зв’язані між собою.

На практиці, як правило, існує ситуація, коли важливість відслідковування значень вихідних змінних у різних точках різна. Ця обставина може бути врахована, задаючи різні значення елементів матриці $\mathbf{Q}$.

КІНТ – алгоритм для дискретних систем.

Розглянемо лінійну стаціонарну дискретну систему

$$\begin{aligned} x_k(t+1) &= A x_k(t) + B u_k(t), \\ y_k(t) &= C x_k(t), \end{aligned} \tag{8}$$

де $x_k(t) \in \mathbb{R}^p$, $u_k(t) \in \mathbb{R}^m$ та $y_k(t) \in \mathbb{R}^n$ (k - номер ітерації). Система працює на протязі інтервалу часу $t = 0,1,2,\ldots,N-1$ та матриці A, B та C мають відповідну вимірність.

На k-й ітерації вихідна змінна системи у i - й момент часу розраховується за формулою [14]

$$y_k(t_i) = C A^{t_i} x_k(0) + C \sum_{j=0}^{t_i - 1} A^{t_i - j - 1} B u_k(j).$$

Якщо прийняти $x_k(0) = 0$, похибки керування визначаються таким чином

$$\varepsilon_k(t_i) = y_{зад}(t_i) - C \sum_{j=0}^{t_i - 1} A^{t_i - j - 1} B u_k(j).$$

Сформуємо вектор керування з послідовності N керувань у кожний момент часу $\mathrm{u}_k = \left[u_k^T(0) \quad u_k^T(1) \quad \ldots \quad u_k^T(N-1)\right]^T$ та введемо

$$g_i(t) = \begin{cases} CA^{t_i - t - 1}B & t < t_i \\ 0 & t \ge t_i \end{cases},$$

Тоді вихідну змінну в i - й момент часу можна виразити як

$$y_k(t_i) = \sum_{t=0}^{N-1} g_i(t) u_k(t) = \mathrm{g}_i^{\mathrm{T}} \mathrm{u}_k,$$

де g_i визначається так $g_i = \begin{bmatrix} g_i(0) & g_i(1) & \cdots & g_i(N-1) \end{bmatrix}^T$.

Критерій якості відслідковування заданих значень вихідної змінної у певні моменти часу представимо виразом

$$J = \sum_{i=1}^{M} (y_{зад}(t_i) - \mathrm{g}_i^T \mathrm{u}_{k+1})^T \mathrm{q}_i (y_{зад}(t_i) - \mathrm{g}_i^T \mathrm{u}_{k+1}) + \mathrm{u}_{k+1}^T \mathbf{S} \mathrm{u}_{k+1} + (\mathrm{u}_{k+1} - \mathrm{u}_k)^T \mathbf{R} (\mathrm{u}_{k+1} - \mathrm{u}_k), \quad (9)$$

де $\mathbf{R} = r\mathbf{I}$, $\mathbf{S} = s\mathbf{I}$, q_i - додатно визначені діагональні матриці .

Подібно наведеному вище позначимо

$$\mathbf{y}_{зад} = \begin{bmatrix} y_{зад}^T(t_1) & y_{зад}^T(t_2) & \cdots & y_{зад}^T(t_M) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathrm{g}_1^T & \mathrm{g}_2^T & \cdots & \mathrm{g}_M^T \end{bmatrix}^T.$$

Тепер критерій якості (9) може бути переписаний у вигляді

$$J = (\mathrm{y}_{зад} - \mathbf{G}\mathrm{u}_{k+1})^T \mathbf{Q} (\mathrm{y}_{зад} - \mathbf{G}\mathrm{u}_{k+1}) + \mathrm{u}^T_{k+1} \mathbf{S} u_{k+1} + (\mathrm{u}_{k+1} - \mathrm{u}_k)^T \mathbf{R} (\mathrm{u}_{k+1} - \mathrm{u}_k) \quad .(10)$$

Керуючі змінні на $(k+1)$ - й ітерації визначаються з умови $\delta J / \delta \mathrm{u}_{k+1} = 0$ або

$$-\mathbf{G}^T \mathbf{Q} (\mathrm{y}_{зад} - \mathbf{G}\mathrm{u}_{k+1}) + \mathbf{R}(\mathrm{u}_{k+1} - \mathrm{u}_k) + \mathbf{S}\mathrm{u}_{k+1} = 0 \quad (11)$$

Приймаючи $\mathrm{u}_k = \mathbf{G}^T z_k$, рівняння (11) запишеться так :

$$-\mathbf{Q}(\mathrm{y}_{зад} - \mathbf{G}\mathbf{G}^T z_{k+1}) + r(\mathrm{z}_{k+1} - z_k) + s z_{k+1} = 0 \quad (12)$$

Отже, КІНТ–алгоритм має вигляд

$$((r+s)\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}_Д) z_{k+1} = (r\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}_Д) \mathrm{z}_k + \mathbf{Q}\varepsilon_k \ , \quad (13)$$

де $\mathbf{W}_Д = \mathbf{G}\mathbf{G}^T$ - симетрична додатно визначена матриця.

Матриця $\left[(r+s)\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}_Д \right]$ є додатно визначеною. Тоді, позначаючи

$$\mathbf{L}_z = ((r+s)\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}_Д)^{-1} (r\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}_Д),$$

$$\mathbf{L}_e = ((r+s)\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}_Д)^{-1} \mathbf{Q},$$

а також, використовуючи (13), КІНТ–алгоритм для дискретних систем виглядає таким чином:

$$\mathrm{u}_k = \mathbf{G}^T \mathrm{z}_k$$

$$z_{k+1} = \mathbf{L}_z z_k + \mathbf{L}_e \varepsilon_k$$

Даний алгоритм забезпечує відслідковування заданих значень вихідної змінної у певні моменти часу. При цьому сигнал керування прямує при $k \to \infty$ до фіксованого значення u_∞

$$\mathrm{u}_\infty = \mathbf{G}^T (s\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}_Д)^{-1} \mathbf{Q}\, \mathrm{y}_{зад},$$

а похибка ε_∞ визначається формулою

$$\varepsilon_\infty = \mathrm{y}_{зад} - \mathbf{W}_Д (s\mathbf{I} + \mathbf{Q}\mathbf{W}_Д)^{-1} \mathbf{Q}\, \mathrm{y}_{зад}.$$

Треба зазначити , що у випадку дискретної системи спостерігається суттєве зменшення обчислювальних розрахунків. У дискретному КІНТ–алгоритмі вектор $z_k \in \mathbb{R}^M$ і $\mathbf{L}_z$ та $\mathbf{L}_e$- матриці вимірністю $mM \times mM$, де M - кількість заданих точок. Для порівняння неперервний КІНТ–алгоритм для розрахунку керуючих змінних використовує матрицю вимірністю $mN \times mN$. Коли тривалість ітерації значна $(N > 1000)$, що є звичайним для багатьох практичних випадків, вимоги до об'єму пам'яті та часу розрахунку катастрофічно зростають.

Імітаційне моделювання.

Розглянемо неперервну систему, яка описується рівняннями

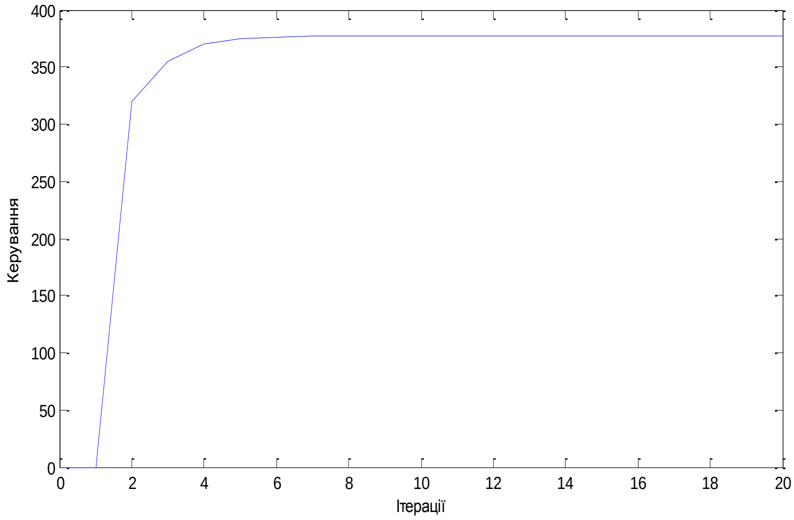
$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -0.2 & -0.3 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.1 \end{pmatrix} x$$

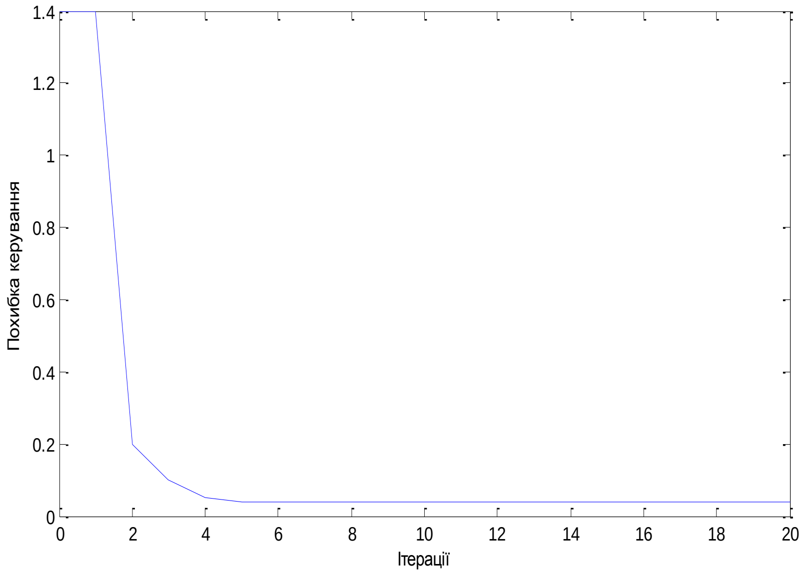
і діє на інтервалі $t \in [0,1]$. Виберемо 10 точок з цього інтервалу як завдання.

Нехай вагові матриці будуть $\mathbf{Q} = 5\mathbf{I}$, $\mathbf{R} = 5.10^{-3}\mathbf{I}$, $\mathbf{S} = 10^{-3}\mathbf{I}$.

Результати моделювання, представлені рис.1, демонструють швидку збіжність сигналу керування та похибки керування на протязі декількох ітерацій. Це свідчить про те, що можна досягти якісного керування без розрахунку траєкторії сигналу завдання.



а)



б)

Рис.1. Графіки зміни керування (а) та похибки керування (б)

На рис.2 показані зміни виходу системи на різних ітераціях. Як видно з рисунку, після 20 ітерацій вихідні змінні достатньо близько проходять біля заданих точок.

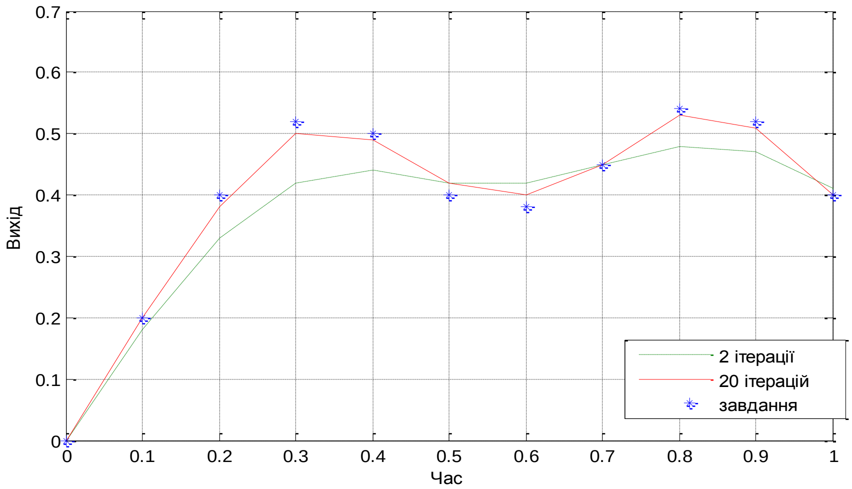


Рис. 2. Вихідні змінні при $\mathbf{Q} = 5\mathbf{I}$

Змінимо матрицю $\mathbf{Q}$ на $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$ (рис.3). У результаті на тих самих ітераціях спостерігаються більші похибки керування, ніж у попередньому випадку.

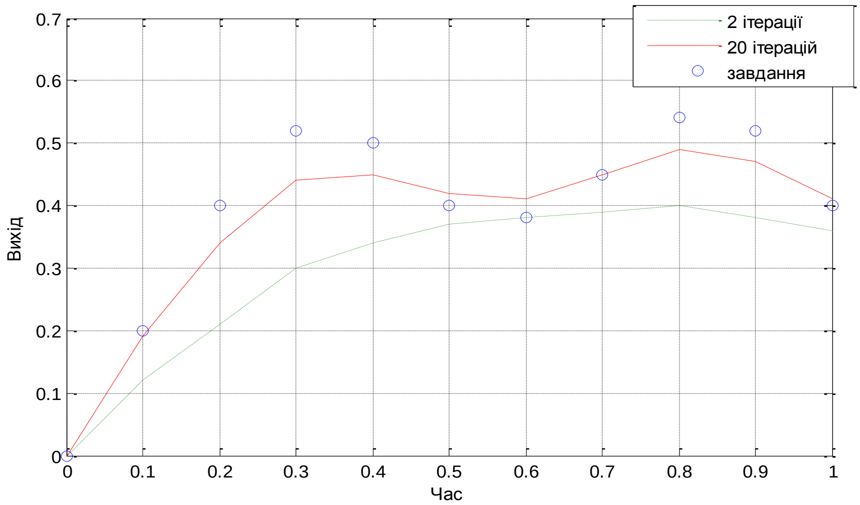


Рис. 3. Вихідні змінні при $\mathbf{Q} = \mathbf{I}$

Висновки

Запропонований алгоритм керування з ітеративним навчанням забезпечує відслідковування заданих вихідних змінних з достатньою точністю при високій збіжності алгоритму. Одночасно даний алгоритм відрізняється простотою і не вимагає попередньої побудови траєкторії руху системи.

Подальші дослідження мають бути направлені на аналіз ефективності використання даного алгоритму для різних технологічних процесів циклічного характеру.

Список використаної літератури

1. Теория автоматического регулирования, кн. 2. Анализ и синтез линейных непрерывных и дискретных систем автоматического регулирования. М., 1967, —674 с.

2. Зайцев Г. Ф. Теория автоматического управления и регулирования. — 2-е изд., перераб. и доп. — К.: Вышая шк. Головное изд-во, 1989. — 431 с

3. Галковский К., Емельянов М. А., Пакшин П. В., Роджерс Э., “Векторные функции Ляпунова в задачах устойчивости и стабилизации дифференциальных повторяющихся процессов”, Изв. РАН. Теория и системы управления, 2016, № 4, 5–17

4. П. В. Пакшин, Ю. П. Емельянова, М. А. Емельянов, “Синтез управления с итеративным обучением мультиагентными системами на основе 2D-моделей”, Автомат. и телемех., 2018, № 6, 99–118; Autom. Remote Control, 79:6 (2018), 1040–1056
5. H.S. Ahn, Y.Q. Chen, and K.L. Moore, “Iterative learning control:Brief survey and categorization”, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part C: Applications and Reviews, vol. 37, no. 6, 2007, pp. 1099–1121.
6. D.A. Bristow, M. Tharayil, and A.G. Alleyne, “A survey of iterative learning control: A learning-based method for high-performance tracking control”, IEEE Control Systems Magazine, vol. 26, no. 3, 2006, pp. 96–114.
7. K.L. Moore, “Iterative Learning Control: An Expository Overview”, Applied and Computational Control, Signals, and Circuits, vol. 1, no. 1, 1999, pp. 151–214.
8. R.W. Longman, “Iterative learning control and repetitive control for engineering practice”, Automatica, vol. 73, no. 10, 2000 pp. 930–954.
9. J.X. Xu, Y. Chen, L.Tong Heng, and S. Yamamoto, “Terminal iterative learning control with an application to RTPCVD thickness control”, Automatica, vol. 35, no. 9, 1999, pp. 1535–1542.
10. G. Gauthier and B. Boulet, “Terminal iterative learning control design with singular value decomposition decoupling for thermoforming ovens”, in Proc. American Control Conf., 2009, pp. 1640–1645.
11. J.X. Xu and D. Huang, “Initial state iterative learning for final state control in motion systems”, Automatica, vol. 44, no. 12, 2008, pp. 3162–3169.
12. S. Arimoto, M. Sekimoto, and S. Kawamura, “Iterative Learning of Specified Motions in Task-Space for Redundant Multi-Joint Hand-Arm Robots”, in IEEE International Conf. on Robotics and Automation, 2007, pp. 2867–2873.
13. C.T. Freeman, Z. Cai, E. Rogers, and P.L. Lewin, “Iterative Learning Control for Multiple Point-to-Point Tracking Application”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010.
14. T.D. Son, D.H. Nguyen and H.S. Ahn, “An Interpolation Method for Multiple Terminal Iterative Learning Control”, in Proc. IEEE Multi- Conference on Systems and Control Conf., 2011, submitted.
15. T.D. Son, and H.S. Ahn, “Terminal Iterative Learning Control with Multiple Pass Points”, in Proc. American Control Conf., 2011.
16. Shan Sun, M. Egerstedt, C.F.Martin, “Control Theoretic Smoothing Spline”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, no. 12, 2000, pp. 2271–2279.
17. Saad, Yousef (2003). Iterative Methods for Sparse Linear Systems (2 ed.). SIAM. p. 414.

O. Zhuchenko, Cand. Sc. (Eng), Assoc. Prof., **ORCID** 0000-0001-5611-6529
National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

CYCLIC PROCESSES CONTROL IN DISCRETE SPACE-TIME TASKS

In many industries there are technological processes that are cyclical in nature. In the control of such processes, the high-efficiency method has been demonstrated by the method of control with iterative learning (ILC). The article introduces a new modification of the method of control with iterative learning (ILC) in a situation where the task of the system is given by a set of values of initial variables at certain points at certain discrete moments of time. Such a statement of the problem calls for the construction of the trajectory of the system through specified points. In this article, we propose a method that ensures that the system passes through given points at a given time without constructing the trajectory of a task. This method involves the formation of control signals using the ILC-algorithm. This allows you to simplify calculations and improve the quality of the system. This method is considered for both continuous and discrete systems. The proposed algorithm of control with iterative learning provides tracking of given output variables with sufficient accuracy at high convergence of the algorithm. Simultaneously, this algorithm is simple and does not require the preliminary construction of the trajectory of the system.

Key words: control, iterative learning, control algorithm, cyclic processes, continuous systems, discrete systems.

References

1. Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya, kn. 2. Analiz i sintez lineynyih nepreryivnyih i diskretnyih sistem avtomaticheskogo regulirovaniya. M., 1967, —674 s.
2. Zaytsev G. F. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya i regulirovaniya. — 2-e izd., pererab. i dop. — K.: Vyishaya shk. Golovnoe izd-vo, 1989. — 431 s

3. Galkovskiy K., Emelyanov M. A., Pakshin P. V., Rodzhers E., “Vektornyie funktsii Lyapunova v zadachah ustoychivosti i stabilizatsii differentsialnyih povtoryayuschihsya protsessov”, Izv. RAN. Teoriya i sistemyi upravleniya, 2016, № 4, 5–17

4. P. V. Pakshin, Yu. P. Emelyanova, M. A. Emelyanov, “Sintez upravleniya s iterativnyim obucheniem multiagentnyimi sistemami na osnove 2D-modeley”, Avtomat. i telemeh., 2018, # 6, 99–118; Autom. Remote Control, 79:6 (2018), 1040–1056

5. H.S. Ahn, Y.Q. Chen, and K.L. Moore, “Iterative learning control:Brief survey and categorization”, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Part C: Applications and Reviews, vol. 37, no. 6, 2007, pp. 1099–1121.

6. D.A. Bristow, M. Tharayil, and A.G. Alleyne, “A survey of iterative learning control: A learning-based method for high-performance tracking control”, IEEE Control Systems Magazine, vol. 26, no. 3, 2006, pp. 96–114.

7. K.L. Moore, “Iterative Learning Control: An Expository Overview”, Applied and Computational Control, Signals, and Circuits, vol. 1, no. 1, 1999, pp. 151–214.

8. R.W. Longman, “Iterative learning control and repetitive control for engineering practice”, Automatica, vol. 73, no. 10, 2000 pp. 930–954.

9. J.X. Xu, Y. Chen, L.Tong Heng, and S. Yamamoto, “Terminal iterative learning control with an application to RTPCVD thickness control”, Automatica, vol. 35, no. 9, 1999, pp. 1535–1542.

10. G. Gauthier and B. Boulet, “Terminal iterative learning control design with singular value decomposition decoupling for thermoforming ovens”, in Proc. American Control Conf., 2009, pp. 1640–1645.

11. J.X. Xu and D. Huang, “Initial state iterative learning for final state control in motion systems”, Automatica, vol. 44, no. 12, 2008, pp. 3162–3169.

12. S. Arimoto, M. Sekimoto, and S. Kawamura, “Iterative Learning of Specified Motions in Task-Space for Redundant Multi-Joint Hand-Arm Robots”, in IEEE International Conf. on Robotics and Automation, 2007, pp. 2867–2873.

13. C.T. Freeman, Z. Cai, E. Rogers, and P.L. Lewin, “Iterative Learning Control for Multiple Point-to-Point Tracking Application”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2010.

14. T.D. Son, D.H. Nguyen and H.S. Ahn, “An Interpolation Method for Multiple Terminal Iterative Learning Control”, in Proc. IEEE Multi- Conference on Systems and Control Conf., 2011, submitted.

15. T.D. Son, and H.S. Ahn, “Terminal Iterative Learning Control with Multiple Pass Points”, in Proc. American Control Conf., 2011.

16. Shan Sun, M. Egerstedt, C.F.Martin, “Control Theoretic Smoothing Spline”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, no. 12, 2000, pp. 2271–2279.

17. Saad, Yousef (2003). Iterative Methods for Sparse Linear Systems (2 ed.). SIAM. p. 414.

Надійшла 23.08.2019
Received 23.08.2019